

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017 - Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ – 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ: ΚΑΛΟΓΕΡΑΚΗ ΕΥΗ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Θεωρία φροντιστηριακού βιβλίου σελ. 4 ερώτημα 16
A2. Θεωρία φροντιστηριακού βιβλίου σελ. 2 ερώτημα 7^α
A3. Θεωρία φροντιστηριακού βιβλίου σελ. 27 ερώτημα 17
A4. α) Σ, β) Λ, γ) Λ, δ) Σ, ε) Λ.

ΘΕΜΑ Β

x_i	v_i	$x_i v_i$
1	2	2
3	3	9
5	4	20
9	1	9
Σύνολο	10	40

B1. α. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4$

β. 1 1 3 3 3 5 5 5 5 9 $v=10$
 $\delta = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$

γ. $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \frac{(1-4)^2 \cdot 2 + (3-4)^2 \cdot 3 + (5-4)^2 \cdot 4 + (9-4)^2 \cdot 1}{10} =$
 $= \frac{18+3+4+25}{10} = \frac{50}{10} = 5$

B2. $CV = \frac{5}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{5}}{10} = 0,22 > 0,1$ άρα ανομοιογενές

(αλλιώς $CV = \frac{\sqrt{5}}{10} > \frac{\sqrt{1}}{10}$ άρα ανομοιογενές)

ΘΕΜΑ Γ

$D_f = \mathbb{R}$

Γ1. $f(x) = x^2 - x + 1$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$
 $f'(x) = 2x - 1$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	\searrow		\nearrow

Άρα αν $x \in (-\infty, \frac{1}{2}]$ η $f \searrow$

$x \in [\frac{1}{2}, +\infty)$ η $f \nearrow$

και τότε $\min_f = f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{4} = \frac{3}{4}$

Γ2. Είναι της μορφής $\varepsilon: y = \lambda x + \kappa$ (1)

$y_0 = f(2) = 4 - 2 + 1 = 3$

$\lambda = f'(2) = 3$

$A \in (\varepsilon) : y_0 = \lambda \cdot x_0 + \kappa \Leftrightarrow 3 = 3 \cdot 2 + \kappa \Leftrightarrow \kappa = -3$

Άρα $\varepsilon: y = 3x - 3$

Γ3. $\varepsilon: y = 3x - 3$

Για τον $y'y$: θέτω $x = 0$ και τότε $y = -3$. Άρα $K(0, -3)$

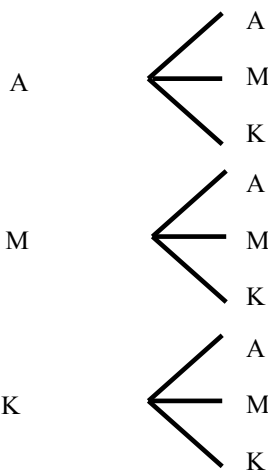
Για τον $x'x$: θέτω $y = 0$ και τότε $3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Άρα $\Pi(1, 0)$

$$\Gamma 4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1) \cdot (\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1) \cdot (\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1) \cdot (\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x - 1)}{(x - 1) \cdot (\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1



$$\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$$

$$\Delta.2 \quad A = \{AM, MM, KM\}$$

$$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$$

$$\alpha. \quad P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{και} \quad P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Άρα } P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$A \cap B = \{AM, KM\} \quad \text{οπότε} \quad P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$$

$$A - B = \{MM\} \quad \text{άρα} \quad P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = \frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

γ. Αφού $A \cap \Gamma = \emptyset$ και $B \cap \Gamma = \emptyset$ τότε το Γ μπορεί να είναι ένα από τα εξής:
 $\Gamma = \emptyset, \Gamma = \{KK\}, \Gamma = \{AA\}, \Gamma = \{KK, AA\}$.

Άρα τα παραπάνω σύνολα έχουν το πολύ 2 στοιχεία.

Άρα $P(\Gamma) \leq \frac{2}{9}$. Επομένως, $\max P(\Gamma) = \frac{2}{9}$.